Материалы к лекции можно просмотреть и скачать на сайте кафедры:
http://k301.info в разделе Дисциплины / Теория автоматического управления

Специальности:	• Авионика • Автоматизация и компьютерно-интегрированные технологии • Авиационный транспорт
Дисциплина:	Теория автоматического управления
Курс, семестр, уч. год:	3, осенний, 2019/2020
Кафедра:	301 – СУЛА
Руководитель обучения:	Профессор, д.т.н. Кулик Анатолий Степанович

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЛЕКЦИИ № 8

ТЕМА №1: ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ

Рл

«Нет стремления более естественного, чем стремление к знанию»

Мишель Монтень (1533 – 1592) – французский философ-гуманист, рассматривал человека как самую большую ценность

Система автоматической стабилизации САС может находиться в двух состояниях: работоспособном и неработоспособном.

О

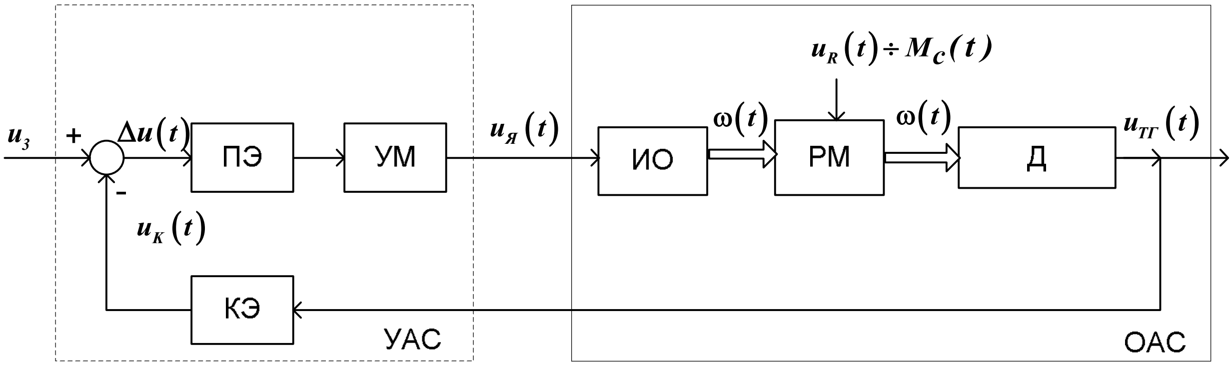
Работоспособным *называется состояние системы, при котором она способна выполнять требуемые функции, сохраняя значения заданных показателей в установленных пределах.*

- Всякое другое состояние системы будет неработоспособным.
- Выполнение требуемых функций – это устойчивость, а сохранение заданных значений показателей – это качество!

Система автоматической стабилизации будет работоспособной, если она устойчива и удовлетворяет заданным показателям качества.

Устойчивость является необходимым, а качество достаточным условием практической пригодности САС, т.е. работоспособности.

Рассмотрим показатели качества САС, применительно к следующей функциональной схеме:



1. Точность стабилизации – основное требование, предъявляемое к любой САС. Точность стабилизации характеризуется мгновенными значениями таких величин ошибок

$$\Delta u(t) = u_з - u_К(t); \qquad [\varepsilon(t)] = B,$$

косвенная характеристика

где $e_з$ – задающее воздействие; $u_К(t)$ – напряжение с корректирующего элемента.

$$\Delta\omega(t) = \omega_з - \omega(t); \qquad [\Delta\omega(t)] = {}^{1}\!/_{c},$$

прямая характеристика

где $\omega_з$ – заданное значение угловой скорости рабочего механизма;

$\omega(t)$ – текущее значение угловой скорости рабочего механизма.

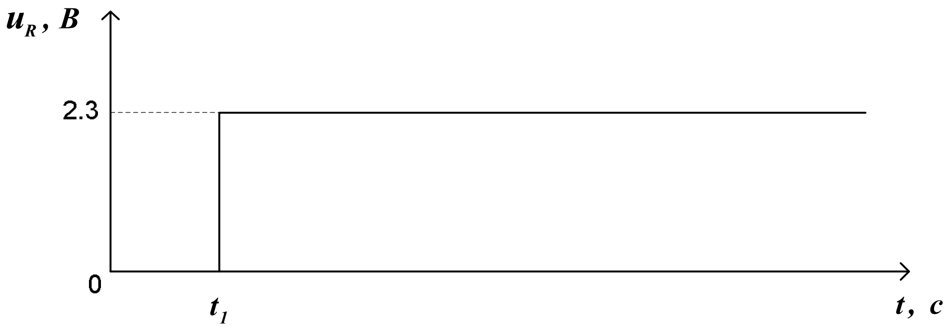
$$\Delta u_{ТГ}(t) = u_{ТГ_з} - u_{ТГ}(t); \qquad [\Delta u_{ТГ}(t)] = B,$$

косвенная характеристика

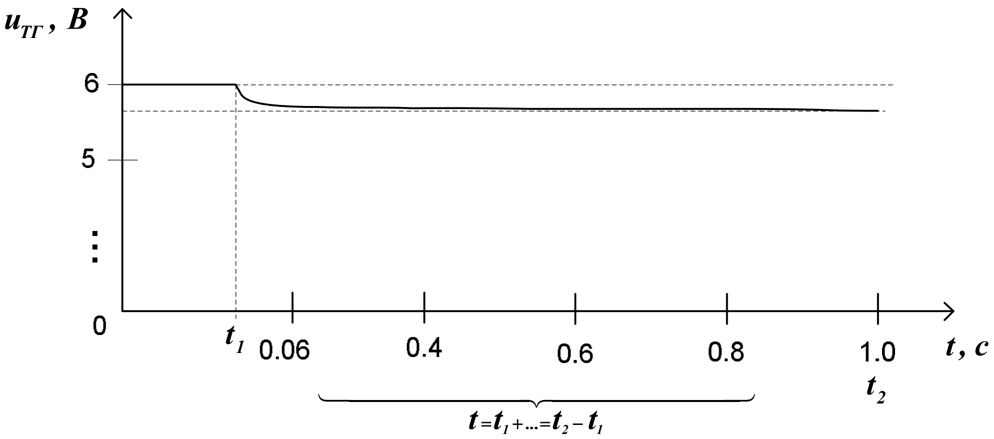
где $u_{ТГ_з}$ – заданное напряжение тахогенератора, соответствующее заданному значению угловой скорости; $u_{ТГ}(t)$ – текущее значение напряжения тахогенератора.

? Как связаны между собой ошибки в установившемся режиме? А в переходном?

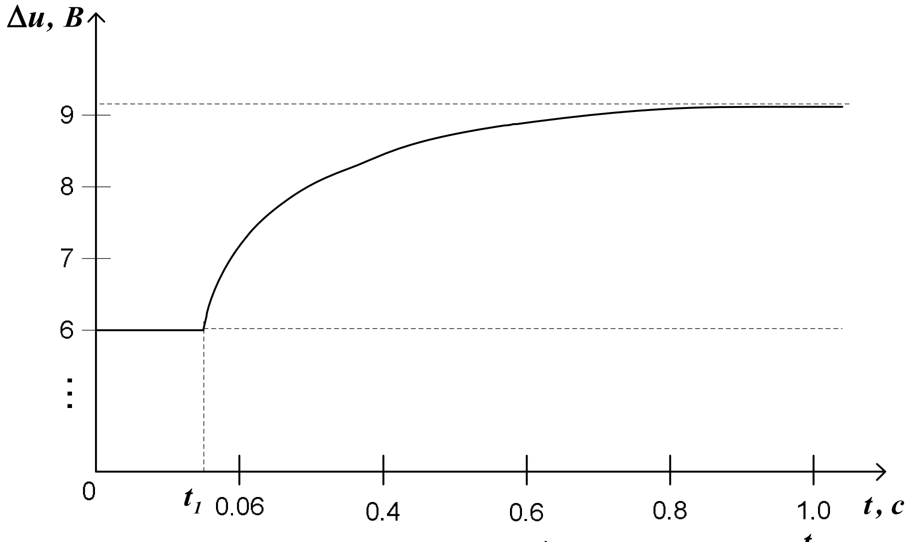
Реакция САС на ступенчатое изменение возмущающего воздействия будет такой:



а)



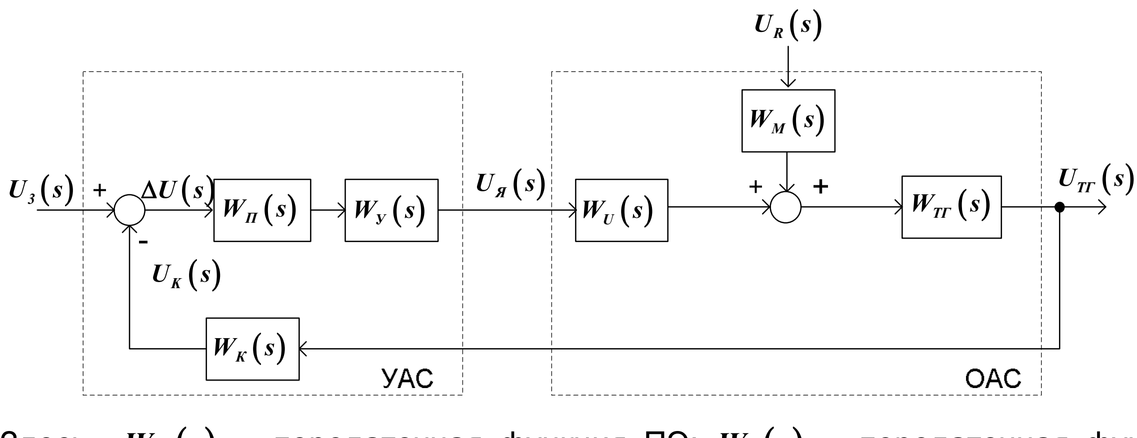
б)



в)

? Каким будет график для ошибки $\Delta\omega(t)$? Чем отличаются графики?

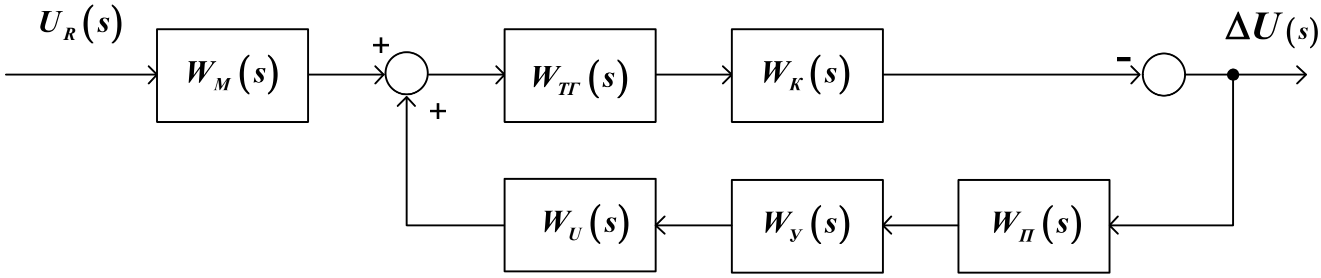
Изображение ошибки САС от возмущающего воздействия можно получить исходя из структурной схемы САС.



Здесь $W_П(s)$ – передаточная функция ПЭ; $W_у(s)$ – передаточная функция УМ; $W_К(s)$ – передаточная функция КЭ; $U_З(s)$ – изображение задающего воздействия; $\Delta U(s)$ – изображение отклонения; $U_Я(s)$ – изображение управляющего воздействия

$u_Я(t)$; $U_R(s)$ – изображение сигнала, характеризующего возмущающее воздействие $u_R(t)$; $U_{ТГ}(s)$ – изображение напряжения тахогенератора; $U_К(s)$ – изображение напряжения с корректирующего элемента.

Преобразуем структурную схему к виду



Из этой структурной схемы следует, что

$$\Phi_{\Delta u}^{f}(s)=\frac{\Delta U''(s)}{U_R(s)}=\frac{W_М(s)\,W_{ТГ}(s)\,W_К(s)}{1+W_{ТГ}(s)\,W_К(s)W_П(s)\,W_У(s)\,W_U(s)},$$

Тогда

$$\Delta U''(s)=\Phi_{\varepsilon}^{f}(s)U_R(s);$$

$$\Delta u''(t)=L^{-1}\left\{\Delta U(s)\right\}=L^{-1}\left\{\Phi_{\Delta u}^{f}(s)U_R(s)\right\}.$$

Установившаяся ошибка определяется с помощью теоремы о конечном значении

$$\Delta u''(\infty)=\lim_{s\to 0} s\,\Delta U''(s).$$ ← Теория операционного исчисления

Полная ошибка САС аналитически определяется из такого операторного уравнения:

$$\Delta U(s)=\underbrace{\Phi_{\Delta u}(s)E_З(s)}_{\Delta U'(s)}+\underbrace{\Phi_{\Delta u}^{f}(s)U_R(s)}_{\Delta U''(s)}.$$?

Почему так ?
Почему сумма ?

Здесь $\Phi_{\Delta u}(s)$ – передаточная функция замкнутой системы по ошибке от задающего воздействия

$$\Phi_{\Delta u}(s)=\frac{U'(s)}{U_З(s)}=\frac{1}{1+W_{ТГ}(s)\,W_К(s)W_П(s)\,W_У(s)\,W_U(s)}.$$

Полная установившаяся ошибка в соответствии с теоремой о конечном значении будет равна

$$\Delta u(\infty)=\lim_{s\to 0} s\,U(s).$$

Пример 8.1. Определим установившиеся значения ошибки лабораторной САС от возмущающего воздействия для следующих значений:

$u_R = 2,3\ B;\ K_{ДВ} = -40\ {}^{1}\!/_{B\cdot c};\ K_{ТГ} = 0,06\ B\cdot c;\ K_K = 10;\ K_Д = 10\ {}^{1}\!/_{B\cdot c};\ K_У = 5;\ K_П = 1.$ Вычислим значение $\Phi^f_{\Delta u}(0)$.

$$\Phi^f_{\Delta u}(0) = \frac{W_M(0)\,W_{ТГ}(0)\,W_K(0)}{1 + W_{ТГ}(0)\,W_K(0)W_П(0)\,W_У(0)\,W_U(0)} = \frac{40\cdot 0,06\cdot 10}{1 + 0,06\cdot 10\cdot 1\cdot 5\cdot 10} = 0,8.$$

Далее, так как

$$\Delta u''(\infty) = \lim_{s\to 0} s\,\Delta U''(s),$$

то

$$U''(s) = \Phi^f_{\Delta u}(0)\cdot U_R(s) = \Phi^f_{\Delta u}(0)\cdot\frac{B}{s}.$$

Следовательно,

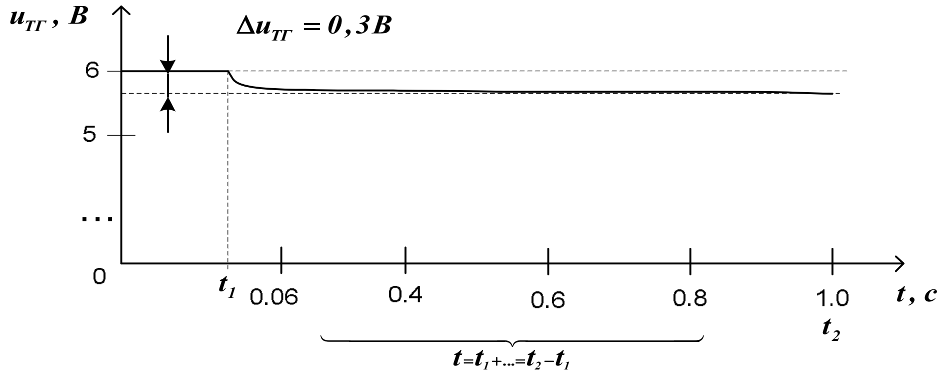
$$\Delta u''(\infty) = \lim_{s\to 0} s\,\Phi^f_{\Delta u}(0)\,\frac{B}{s} = \Phi^f_{\Delta u}(0)\cdot B = 0,8\cdot 2,3 = 1,84.$$

Таким образом, установившиеся значения ошибки от возмущающего воздействия $\varepsilon''(\infty) = 1,84\ B$. *Определите, пожалуйста, установившиеся значения для ошибки от управляющего воздействия и суммарное значение ошибки!*

2. Время переходного процесса – прямой показатель качества, характеризующий инерционные свойства САС, а следовательно, её быстродействие. Время переходного процесса – $t_{пп}$ определяется длительностью переходного процесса. Теоретически переходный процесс длится бесконечно долго. *(Почему ?)* На практике считают, что переходный процесс заканчивается, как только отклонение стабилизируемой величины от заданного значения не будет превышать заданной точности стабилизации. Прямые показатели определяются по переходной характеристике.

$$[\Delta u_{ТГ}] = B,$$
$$\left[\frac{\Delta u_{ТГ}}{u_{ТГ}}\right] = \%$$

а)

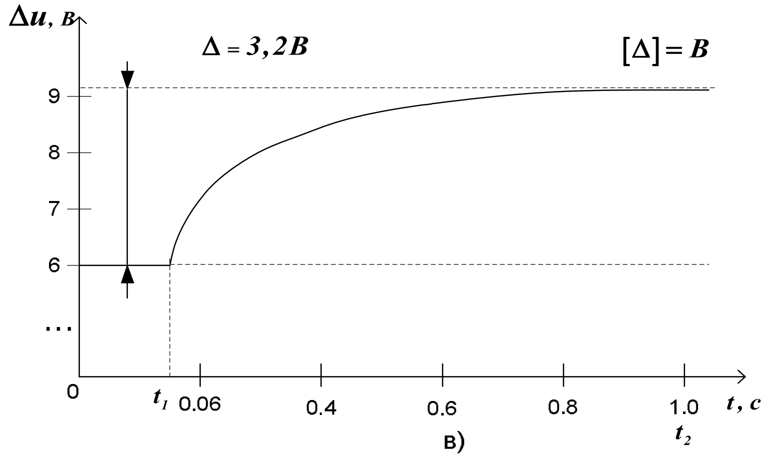


$$\Delta u_{ТГ} = \kappa_{ТГ} \Delta\omega;$$

$$\Delta\omega = \frac{\Delta u_{ТГ}}{\kappa_{ТГ}};$$

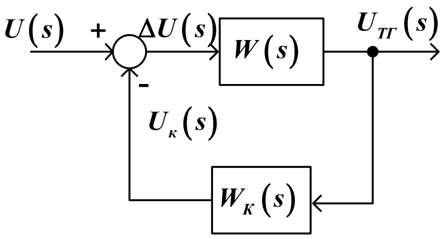
$$[\Delta\omega] = 1/c.$$

б)



в)

Рассмотрим влияние отрицательной связи на быстродействие САС на примере лабораторной замкнутой системы. Преобразованная структурная схема замкнутой системы может быть представлена в таком виде:



$$\Phi(s) = \frac{U_{ТГ}(s)}{U_З(s)} = \frac{W(s)}{1 + W_К(s)\,W(s)};$$

$$U_{ТГ}(s) = \Phi(s)\,U_З(s) = \frac{W(s)}{1 + W_К(s)\,W(s)} U_З(s).$$

Пусть $$W(s) = \frac{U_{ТГ}(s)}{U_З(s)} = \frac{\kappa}{T s + 1}, \quad W_К(s) = \frac{U_К(s)}{U_{ТГ}(s)} = \kappa_к,$$

тогда $$U_{ТГ}(s) = \frac{\kappa}{T s + 1 + \kappa_к \kappa} \cdot \frac{A}{s} = \frac{\dfrac{\kappa}{1 + \kappa_к \kappa}}{\dfrac{T}{1 + \kappa_к \kappa} s + 1} \cdot \frac{A}{s} = \frac{\kappa_З}{T_З s + 1} \cdot \frac{A}{s}.$$

Если $\kappa = 10,\ T = 0,5\,c,\ \kappa_к = 1,$ то $\kappa_З = 0,91,\ T_З == 0,05c$.

Вывод: Единичная отрицательная обратная связь привела к существенному уменьшению $\kappa_З$ и $T_З$, следовательно, с помощью отрицательной обратной связи можно изменять динамические свойства системы.

Если $\quad \kappa = 100,\ T = 0{,}5\,c,\ \kappa_{к} = 1, \quad$ то $\quad \kappa_{з} = 0{,}99,\ T_{з} == 0{,}005c$.

Вывод: Коэффициент передачи разомкнутой системы оказывается влияет более существенно на $T_{з}$.

> *В системе изменение одного параметра приводит к изменению свойств многих функциональных элементов.*
>
> *Это системное свойство!*

Если $\quad \kappa = 10,\ T = 0{,}5\,c,\ \kappa_{к} = 5, \quad$ то $\quad \kappa_{з} = 0{,}2,\ T_{з} == 0{,}01c$.

Вывод: Корректирующий элемент влияет на $\kappa_{з}$ и $T_{з}$. Увеличение $\kappa_{К}$ приводит к уменьшению $\kappa_{з}$ по сравнению с κ и к уменьшению $T_{з}$ по сравнению с T.

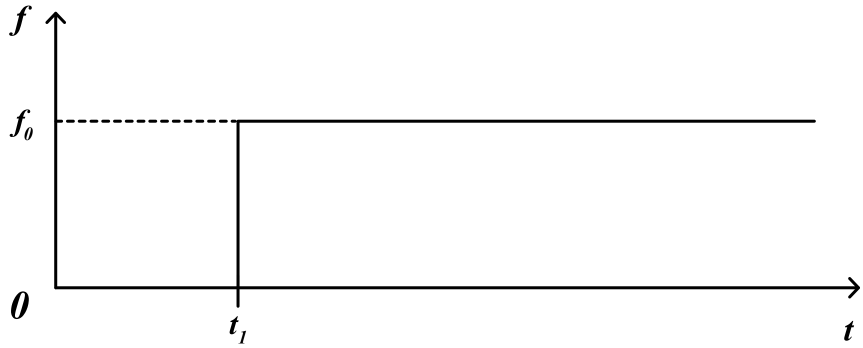
Способы уменьшения времени переходного процесса или увеличения быстродействия.

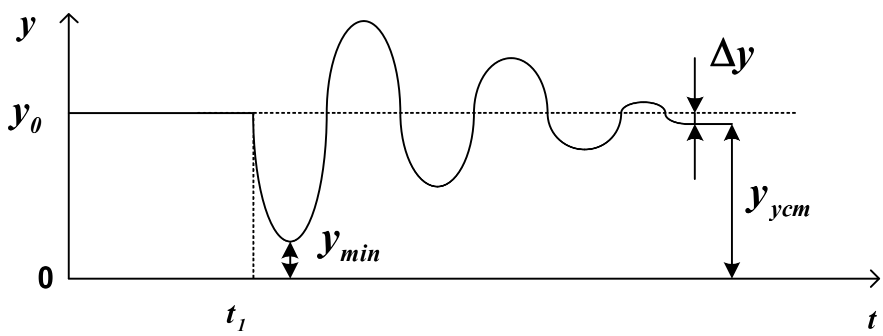
1) $\kappa \uparrow$
2) $\kappa_{К} \uparrow$

Итак, время переходного процесса характеризует быстродействие САС и заданное его значение может быть обеспечено рядом способов.

Задание: постройте графики функций $\kappa_{з} = f_1(\kappa),\ \kappa_{з} = f_2(\kappa_{к}),$
$T_{з} = \varphi_1(\kappa),\ \ T_{з} = \varphi_2(\kappa_{к}).$

3. Перерегулирование – прямой показатель качества, характеризующий степень удаления системы от колебательной границы устойчивости, т.е. запас устойчивости системы. В общем случае реакция САС на ступенчатое возмущающее воздействие может быть представлена так:



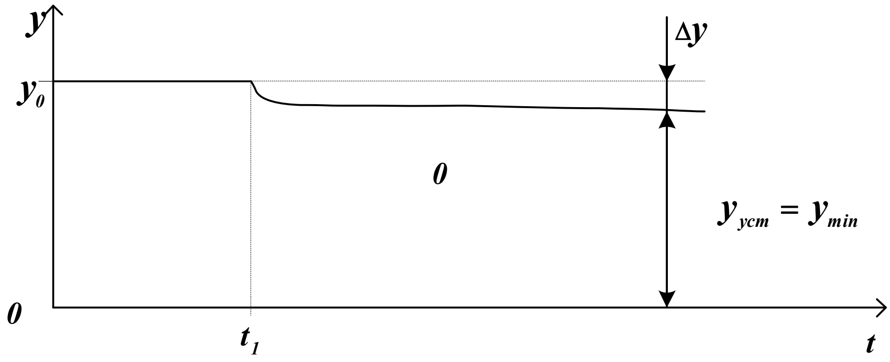


Почему $y_0 \neq 0$?

Перерегулирование σ вычисляется по такой формуле:

$$\sigma = \frac{y_{уст} - y_{min}}{y_{уст}} \quad \text{или по такой} \quad \sigma\% = \frac{y_{уст} - y_{min}}{y_{уст}} \cdot 100\%,$$

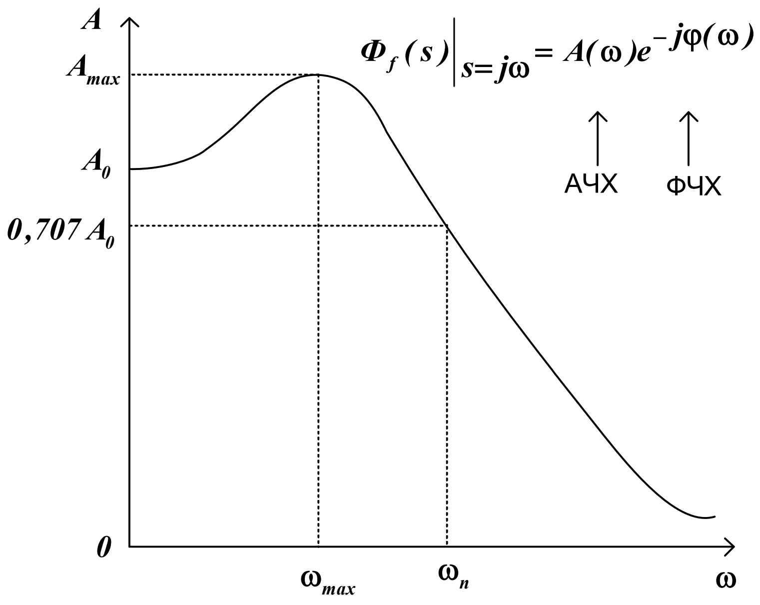
σ – безразмерная величина;



y_{min} – соответствует минимальному значению переходной функции, а $y_{уст}$ – соответствует установившемуся значению переходной функции. При апериодическом характере переходной функции перерегулирование $\sigma \equiv 0$. Для ряда систем стабилизации перерегулирование вообще должно отсутствовать.

Число колебаний – n переходной функции относительно y_0 или $y_{уст}$ является дополнительной характеристикой запаса устойчивости САС. Для некоторых классов САС, например, систем стабилизации положения летательного аппарата, колебания совершенно не допустимы. n=3!

4. Полоса пропускания – косвенный показатель качества, характеризующий быстродействие САС. Чем шире полоса пропускания, тем выше быстродействие системы. Полоса пропускания характеризуется значением ω_n и определяется по АЧХ системы на уровне $0{,}707\ A_0$. Для оценки времени затухания переходного процесса пользуются такой приближенной формулой:



$$t_{пп} \approx (1 \div 2)\frac{2\pi}{\omega_{max}}.$$

Полоса пропускания влияет на точность и быстродействие системы. Чем больше полоса пропускания, тем больше спектр входного сигнала передаётся системой без искажений. Следовательно, точность отработки входного сигнала повышается.

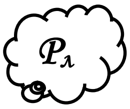
5. Показатель колебательности – косвенный показатель, характеризующий запас устойчивости САС. Показатель колебательности – M определяется так:

$$M = \frac{A_{max}}{A_0}.$$

Обычно $M = 1,2 \div 1,5$. При малых M система «вялая» и имеет большое время переходного процесса и, следовательно, большой запас устойчивости. При больших M увеличивается перерегулирование, и система приближается к границе устойчивости.

АКСИОМА МОНТЕНЯ	:	*Книжная учёность – украшение, а не фундамент*

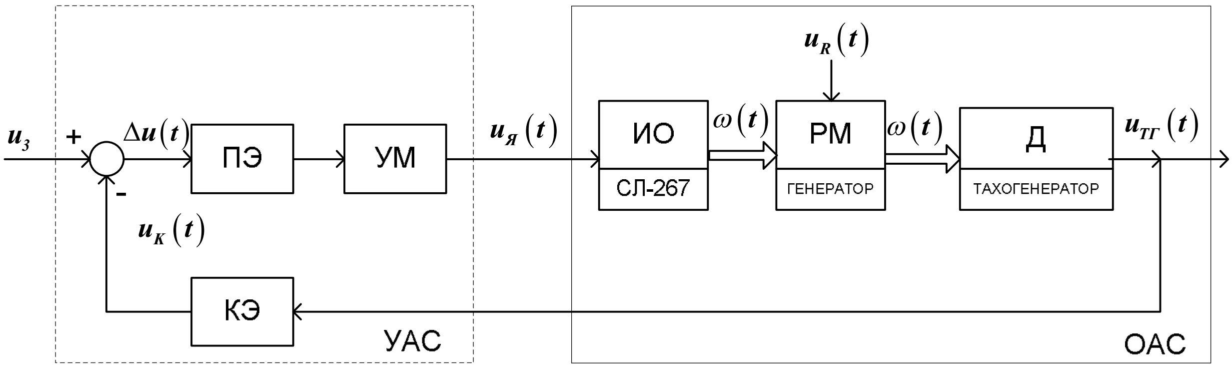
ТЕМА №2: ТИПОВЫЕ КОНФИГУРАЦИИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА САС



«Думать – самая трудная работа: вот, вероятно, почему этим занимаются столь немногие»

Генри ФОРД (1863 – 1947) –основатель автомобильной промышленности США

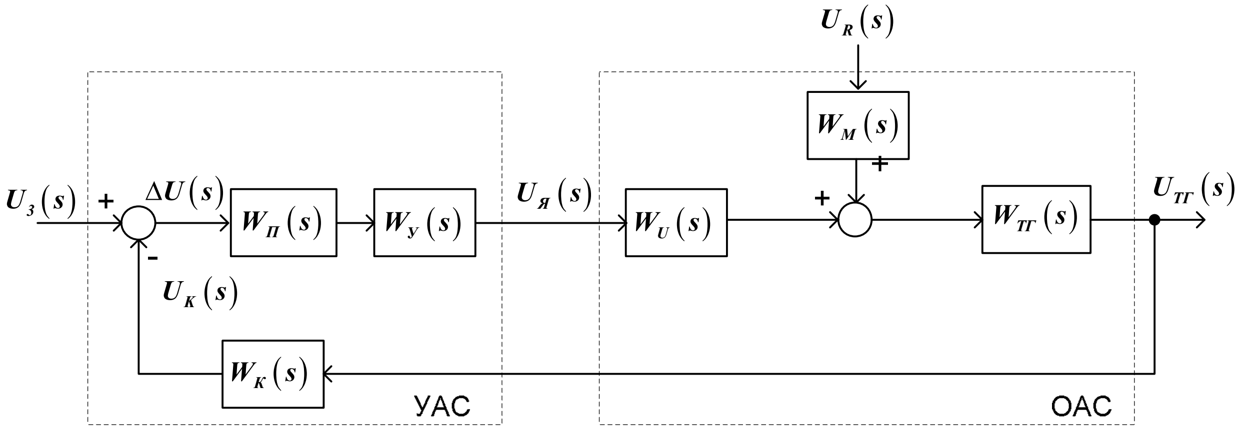
Рассмотрим функциональную схему лабораторной САС угловой скорости рабочего механизма.



Преобразовательный элемент (ПЭ) – одно из возможных ресурсных средств решения **задачи устойчивости** и **задачи обеспечения качества** замкнутой САС.

Задачи устойчивости и качества замкнутой САС наиболее эффективно решаются в классе линейных систем управления, т.е. систем описанных линеаризованными математическими моделями в форме линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, а также в форме передаточных функций.

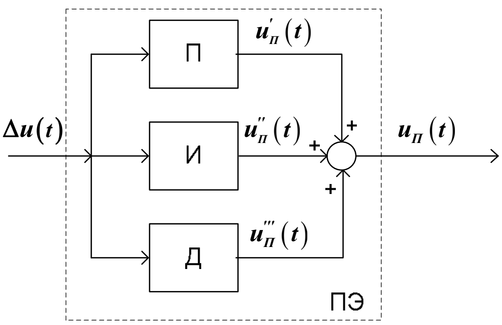
Представим лабораторную САС угловой скорости рабочего механизма с помощью структурной схемы следующего вида:



Здесь $W_П(s)$ – передаточная функция ПЭ; $W_у(s)$ – передаточная функция УМ; $W_К(s)$ – передаточная функция КЭ; $U_З(s)$ – изображение задающего воздействия; $\Delta U(s)$ – изображение отклонения; $U_Я(s)$ – изображение управляющего воздействия $u_Я(t)$; $U_R(s)$ – изображение возмущающего воздействия $u_R(t)$; $U_{ТГ}(s)$ – изображение напряжения тахогенератора; $U_К(s)$ – изображение напряжения с корректирующего элемента.

Конфигурация *(от позднелатинского configuratio – придание формы, расположения) – внешний вид, очертание, <u>взаимное расположение элементов</u>*

В последние годы получила широкое распространение в теории и практике автоматического управления пропорционально-интегрально-дифференциальная (ПИД) структура преобразовательного элемента (ПЭ) – ПИД ПЭ. Функциональную схему обобщенного ПИД ПЭ представим в виде



Здесь $\Delta u(t)$ – отклонение, B; $u_П(t)$ – выходное напряжение ПЭ, B; **П** – пропорциональный элемент; **И** – интегрирующий элемент; **Д** – дифференцирующий элемент.

В линейном приближении составляющие ПЭ можно описать такими уравнениями:

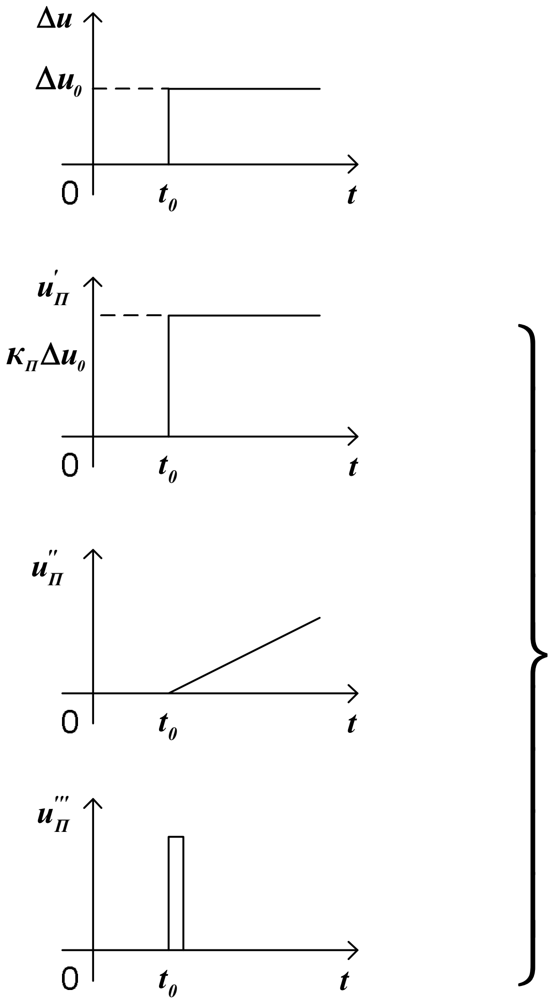
$$\text{П}: \quad u'_{П}(t) = к_{П}\,\Delta u(t); \qquad \text{И}: \quad u''_{П}(t) = к_{И}\int\limits_{t_0}^{t}\Delta u(t)\,dt; \qquad \text{Д}: \quad u'''_{П}(t) = к_{Д}\,\frac{d\Delta u(t)}{dt}.$$

В целом ПЭ описывается уравнением следующего вида:

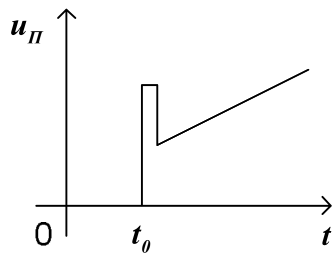
$$u_{П}(t) = к_{П}\,\Delta u(t) + к_{И}\int\limits_{t_0}^{t}\Delta u(t)\,dt + к_{Д}\,\frac{d\Delta u(t)}{dt},$$

где $к_{П}$, $к_{И}$ и $к_{Д}$ – соответствующие коэффициенты преобразования.

Функциональная особенности ПИД ПЭ рассмотрим по реакции на ступенчатое воздействие



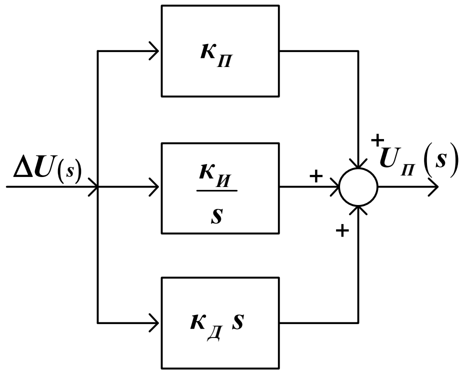
П : $к_{П} \neq 0,\ к_{И} = 0,\ к_{Д} = 0;$
И : $к_{П} = 0,\ к_{И} \neq 0,\ к_{Д} = 0;$
Д : $к_{П} = 0,\ к_{И} = 0,\ к_{Д} \neq 0;$
ПИ : $к_{П} \neq 0,\ к_{И} \neq 0,\ к_{Д} = 0;$
ПД : $к_{П} \neq 0,\ к_{И} = 0,\ к_{Д} \neq 0;$
ИД : $к_{П} = 0,\ к_{И} \neq 0,\ к_{Д} \neq 0;$
ПИД : $к_{П} \neq 0,\ к_{И} \neq 0,\ к_{Д} \neq 0;$



Применив к обеим частям интегро-дифференциального уравнения ПИД ПЭ преобразование Лапласа, получим

$$U_{П}(s) = к_{П}\,\Delta U(s) + \frac{к_{И}}{s}\Delta U(s) + к_{Д}\,s\,\Delta U(s).$$

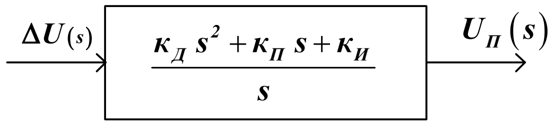
Детальная структурная схема будет иметь такой вид:



Тогда передаточная функция ПИД ПЭ будет такого вида

$$W_{П}(s)=\frac{U_{П}(s)}{\Delta U(s)}=\kappa_{П}+\frac{\kappa_{И}}{s}+\kappa_{Д}\, s=\frac{\kappa_{Д}\, s^{2}+\kappa_{П}\, s+\kappa_{И}}{s}.$$

Теперь ПЭ можно представить таким элементом структурной схемы САС:



Таким образом, ПИД ПЭ вносит в передаточную функцию разомкнутой системы один полюс, расположенный в начале координат комплексной плоскости корней, и два нуля, которые можно разместить в левой полуплоскости.

Определим передаточную функцию лабораторной замкнутой САС по ошибке от возмущающего воздействия. Вспомним, что

$$\Phi_{\Delta u}^{f}(s)=\frac{\Delta U(s)}{U_{R}(s)}=\frac{W_{M}(s)\, W_{ТГ}(s)\, W_{K}(s)}{1+W_{ТГ}(s)\, W_{K}(s) W_{П}(s)\, W_{У}(s)\, W_{U}(s)}.$$

Приняв во внимания такие выражения:

$$W_{M}(s)=\frac{\omega(s)}{U_{R}(s)}=\frac{-\kappa_{B}\left(T_{Э}\, s+1\right)}{T_{ЭМ}\, T_{Э}\, s^{2}+T_{ЭМ}\, s+1}; \qquad W_{ТГ}(s)=\frac{U_{ТГ}(s)}{\omega(s)}=\kappa_{ТГ};$$

$$W_{K}(s)=\frac{U_{K}(s)}{U_{ТГ}(s)}=1; \qquad W_{П}(s)=\frac{U_{П}(s)}{\Delta U(s)}=\frac{\kappa_{Д}\, s^{2}+\kappa_{П}\, s+\kappa_{И}}{s};$$

$$W_{У}(s)=\frac{U_{Я}(s)}{U_{П}(s)}=\kappa_{У}; \qquad W_{U}(s)=\frac{\omega(s)}{U_{Я}(s)}=\frac{\kappa}{T_{ЭМ}\, T_{Э}\, s^{2}+T_{ЭМ}\, s+1}$$

и подставив их в выражение передаточной функции замкнутой системы, после соответствующих преобразований, получим:

$$\Phi_{\Delta u}^{f}\left(s\right)=\frac{\Delta U\left(s\right)}{U_{R}\left(s\right)}=\frac{\dfrac{-\kappa_{\text{В}}\left(T_{\text{Э}}\,s+1\right)\kappa_{\text{ТГ}}}{T_{\text{ЭМ}}\,T_{\text{Э}}\,s^{2}+T_{\text{ЭМ}}\,s+1}}{1+\dfrac{\kappa_{\text{ТГ}}\left(\kappa_{\text{Д}}\,s^{2}+\kappa_{\text{П}}\,s+\kappa_{\text{И}}\right)\cdot\kappa_{\text{У}}\cdot\kappa}{s\left(T_{\text{ЭМ}}\,T_{\text{Э}}\,s^{2}+T_{\text{ЭМ}}\,s+1\right)}}=$$

$$=\frac{-\kappa_{\text{В}}\,\kappa_{\text{ТГ}}\,s\left(T_{\text{Э}}\,s+1\right)}{T_{\text{ЭМ}}\,T_{\text{Э}}\,s^{3}+T_{\text{ЭМ}}\,s^{2}+s+\kappa_{\text{ТГ}}\kappa_{\text{У}}\kappa_{\text{Д}}\,s^{2}+\kappa_{\text{ТГ}}\kappa_{\text{У}}\kappa_{\text{П}}\,s+\kappa_{\text{ТГ}}\kappa_{\text{У}}\kappa_{\text{И}}}=$$

$$=\frac{-\kappa_{\text{В}}\,\kappa_{\text{ТГ}}\,s\left(T_{\text{Э}}\,s+1\right)}{T_{\text{ЭМ}}\,T_{\text{Э}}\,s^{3}+\left(T_{\text{ЭМ}}+\kappa_{\text{ТГ}}\kappa_{\text{У}}\kappa_{\text{Д}}\right)s^{2}+\left(1+\kappa_{\text{ТГ}}\kappa_{\text{У}}\kappa_{\text{П}}\right)s+\kappa_{\text{ТГ}}\kappa_{\text{У}}\kappa_{\text{И}}}.$$

Воспользовавшись теоремой о конечном значении, определим установившееся значение ошибки.

$$\Delta u\left(\infty\right)=\lim_{s\to 0} s\,\Delta U\left(s\right)=\lim_{s\to 0} s\Phi_{\Delta u}^{f}\left(s\right)\frac{B}{s}=0.$$

Характеристический полином передаточной функции будет иметь вид:

$$T_{\text{ЭМ}}\,T_{\text{Э}}\,s^{3}+\left(T_{\text{ЭМ}}+\kappa_{\text{ТГ}}\kappa_{\text{У}}\kappa_{\text{Д}}\right)s^{2}+\left(1+\kappa_{\text{ТГ}}\kappa_{\text{У}}\kappa_{\text{П}}\right)s+\kappa_{\text{ТГ}}\kappa_{\text{У}}\kappa_{\text{И}}=0\,.$$

Выбирая требуемое (желаемое) расположение корней можно определить неизвестное значение $\kappa_{\text{П}}$, $\kappa_{\text{И}}$ и $\kappa_{\text{Д}}$ из условия обеспечения устойчивости замкнутой системы.

Приведите, пожалуйста, пример желаемого расположения корней.

Решение задачи обеспечения качества позволит уточнить значения параметров $\kappa_{\text{П}}$, $\kappa_{\text{И}}$ и $\kappa_{\text{Д}}$.

Метод корневого годографа – К.Ф. Теодорчик, Э.Г. Удерман

Метод траектории корней – В.Р. Ивэнс, 1948 год(США)

ФОРД : *Когда я не могу управлять событиями, я предоставляю им самим управлять собой*