**Материал к лекции можно просмотреть и скачать на сайте кафедры:
http://k301.info в разделе Дисциплины / Теория автоматического управления**

Специальности:	• Авионика • Компьютеризованные системы управления и автоматики • Системы аэронавигационного обслуживания
Дисциплина:	Теория автоматического управления
Курс, семестр, уч. год:	4, весенний, 2018/2019
Кафедра:	301 – СУЛА
Руководитель обучения:	Профессор, д.т.н. Кулик Анатолий Степанович

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЛЕКЦИИ № 7

ТЕМА: ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ

Рл

Кто не ленив пахать, тот будет богат

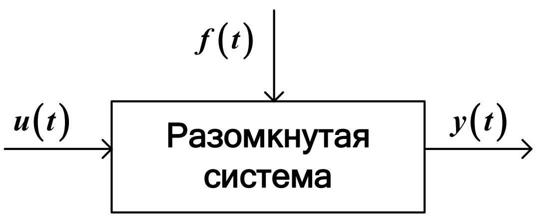
1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

При синтезе систем автоматического управления используются логарифмические характеристики разомкнутых систем. При этом передаточная функция разомкнутой системы представляется совокупностью ***элементарных динамических звеньев.***

О

Элементарное динамическое звено *– устройство любой физической природы, описываемое определенной передаточной функцией.*

Классификация звеньев производится по виду передаточной функции. Для этого рассмотрим разомкнутую систему автоматического управления. Будем использовать раннее принятые обозначения.



Здесь:

$\boldsymbol{u(t)}$ – управляющее воздействие; $\boldsymbol{y(t)}$ – выходной сигнал; $\boldsymbol{f(t)}$ – возмущающее воздействие.

Как известно, свойства любой системы автоматического управления можно описать с помощью статических и динамических характеристик.

Вспомним, что статические характеристики реальных объектов – ***нелинейны***.

В общем случае они имеют вид:

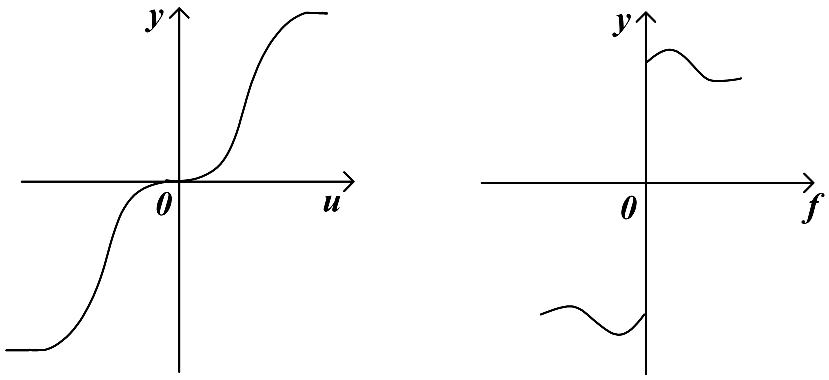
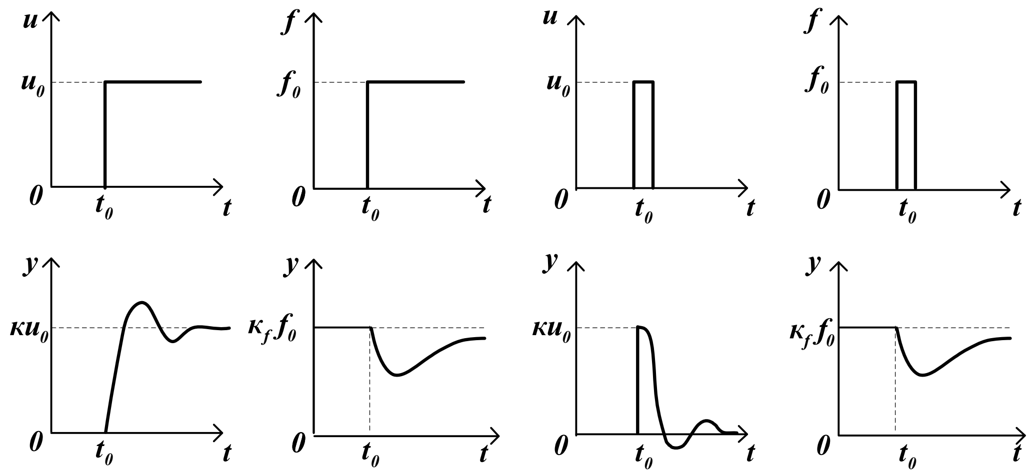


Рис. 7.1 – Статические характеристики

К динамическим характеристикам относятся временные и частотные.



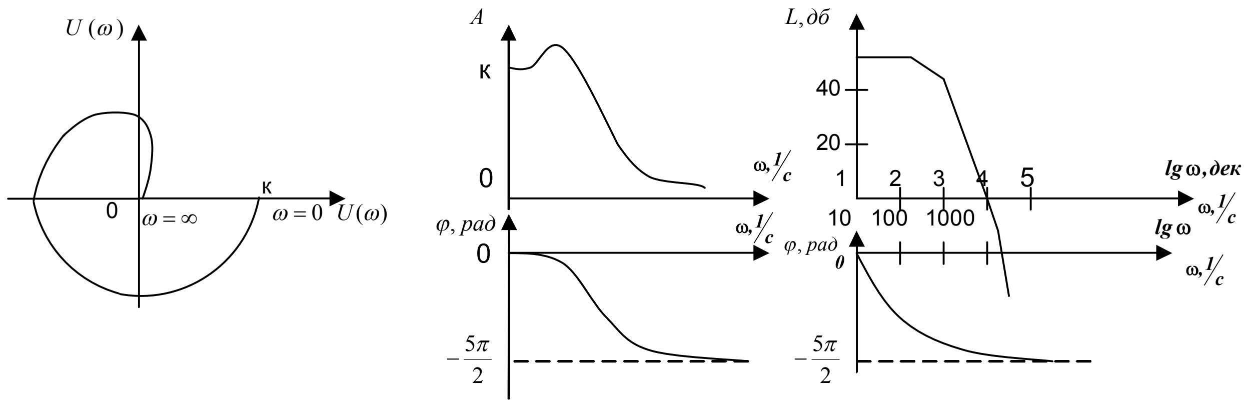
а) реакция на ступенчатое управляющее воздействие

б) реакция на ступенчатое возмущающее воздействие

в) реакция на импульсное управляющее воздействие

г) реакция на импульсное возмущающее воздействие

Рис. 7.2 – Временные характеристики



а) АФЧХ б) АЧХ и ФЧХ в) ЛАФЧХ

Рис. 7.3 – Частотные характеристики.

Нелинейные характеристики линеаризуют. При этом используют атрибуты линеаризации:

1. *Точность –* $\delta, \%$.
2. *Рабочая точка.*
3. *Диапазон изменения входного сигнала* $u \in U$.
4. *Диапазон изменения выходного сигнала* $y \in Y$.
5. *Структура уравнения.*
6. *Оценочные значения коэффициентов –* $\hat{a}_i, \hat{b}_j, \hat{r}_q$.
7. *Масштаб времени –* m_t.

Структуру уравнения линейной математической модели в общем виде можно представить следующим образом:

$$\left(a_n p^n + a_{n+1} p^{n+1} + \ldots + a_0\right) y(t) = \left(b_m p^m + b_{m+1} p^{m+1} + \ldots + b_0\right) u(t) + \\ + \left(r_q p^q + r_{q+1} p^{q+1} + \ldots + r_0\right) f(t).$$

Важно заметить, что начальные условия – **ненулевые:** $p^i y(t_0) \neq 0; \ i = 0, n-1$

Проведя замену $p \to s$, перейдем к операторному уравнению:

$$\left(a_n s^n + a_{n+1} s^{n+1} + \ldots + a_0\right) Y(s) = \left(b_m s^m + b_{m+1} s^{m+1} + \ldots + b_0\right) U(s) + \\ + \left(r_q s^q + r_{q+1} s^{q+1} + \ldots + r_0\right) F(s).$$

Введем обозначения:

$$a_n s^n + a_{n+1} s^{n+1} + \ldots + a_0 = A(s);$$

$$b_m s^m + b_{m+1} s^{m+1} + \ldots + b_0 = B(s);$$

$$r_q s^q + r_{q+1} s^{q+1} + \ldots + r_0 = R(s).$$

С учетом этого получим:

$$A(s)Y(s) = B(s)U(s) + R(s)F(s).$$

Следовательно:

$$Y(s) = \frac{B(s)}{A(s)}U(s) + \frac{R(s)}{A(s)}F(s).$$

Переобозначив $\frac{B(s)}{A(s)} = W_u(s)$ и $\frac{R(s)}{A(s)} = W_f(s)$

$$Y(s) = W_u(s)U(s) + W_f(s)F(s).$$

Используя теорему Безу (*вспомните ее из школьного курса!*), разложим многочлены $A(s), B(s), R(s)$, и получим

$$Y(s) = \frac{(s - m_1)(s - m_2)\ldots(s - m_m)}{(s - l_1)(s - l_2)\ldots(s - l_n)} \cdot \frac{b_m}{a_n} \cdot U(s) + \frac{(s - n_1)(s - n_2)\ldots(s - n_q)}{(s - l_1)(s - l_2)\ldots(s - l_n)} \cdot \frac{r_q}{a_n} \cdot F(s)$$

Здесь:

$m_1, m_2, \ldots, m_m$ – нули полинома $B(s);$

$l_1, l_2, \ldots, l_n$ – полюса полинома $A(s);$

$v_1, v_2, \ldots, v_q$ – нули полинома $R(s);$

Пусть $G(s) \in \{U(s), F(s)\}$, тогда $Y(s) = W(s)G(s).$

В общем виде передаточная функция $W(s)$ может быть представлена так:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{G(s)} = \frac{\prod_{i=1}^{a} \kappa_i \prod_{i=1}^{b}(t_i s + 1)\prod_{i=1}^{g}(t_i^2 s + 2x_i t_i s + 1)}{s^{\pm d}\prod_{i=1}^{e}(T_i s + 1)\prod_{i=1}^{z}(T_i^2 s + 2x_i T_i s + 1)};$$

κ_i – коэффициент передачи; t_i, T_i – постоянные времени; x_i – степень затухания.

Общий вид характеристик – качественный уровень знаний, а значит не конкретный.

Используя это выражение, запишем основные передаточные функции элементарных звеньев:

$W_1(s) = \dfrac{Y(s)}{G(s)} = к$ – безынерционное звено;

$W_2(s) = \dfrac{Y(s)}{G(s)} = к(t\,s + 1)$ – форсирующее звено 1-го порядка;

$W_3(s) = \dfrac{Y(s)}{G(s)} = к(t^2 s^2 + 2xt\,s + 1)$ – форсирующее звено 2-го порядка;

$W_4(s) = \dfrac{Y(s)}{G(s)} = \dfrac{к}{s}$ – интегрирующее звено;

$W_5(s) = \dfrac{Y(s)}{G(s)} = кs$ – дифференцирующее звено;

$W_6(s) = \dfrac{Y(s)}{G(s)} = \dfrac{к}{Ts + 1}$ – апериодическое звено;

$W_7(s) = \dfrac{Y(s)}{G(s)} = \dfrac{к}{T^2 s^2 + 2xTs + 1}$ – колебательное звено.

2. РАСЧЕТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ

Рассмотрим безынерционное звено

$$W(s) = \frac{Y(s)}{G(s)} = к.$$

На примере схемы двухтактного потенциометрического датчика сформируем расчетные характеристики безынерционного звена.

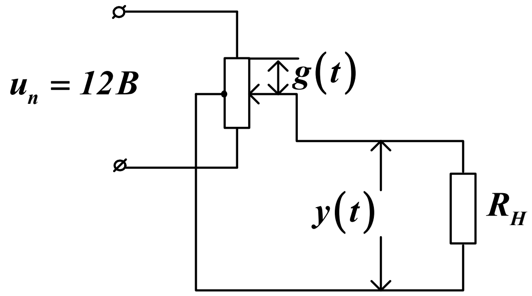


Рис. 7.4 – Схема двухтактного потенциометрического датчика

Пусть $q_{max} = 2см$, тогда $к = \dfrac{\frac{u_n}{2}}{g_{max}} = 3\dfrac{В}{см}$.

Используя эти данные, можно построить статическую, временные и частотные характеристики.

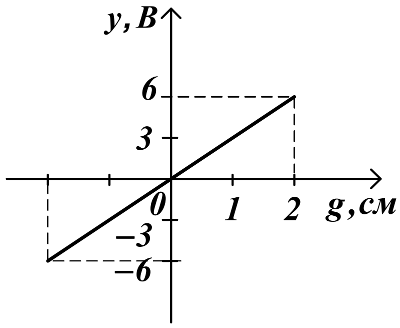


Рис. 7.5 – Статическая характеристика

<u>Важно помнить, что модель принципиально беднее оригинала!</u>

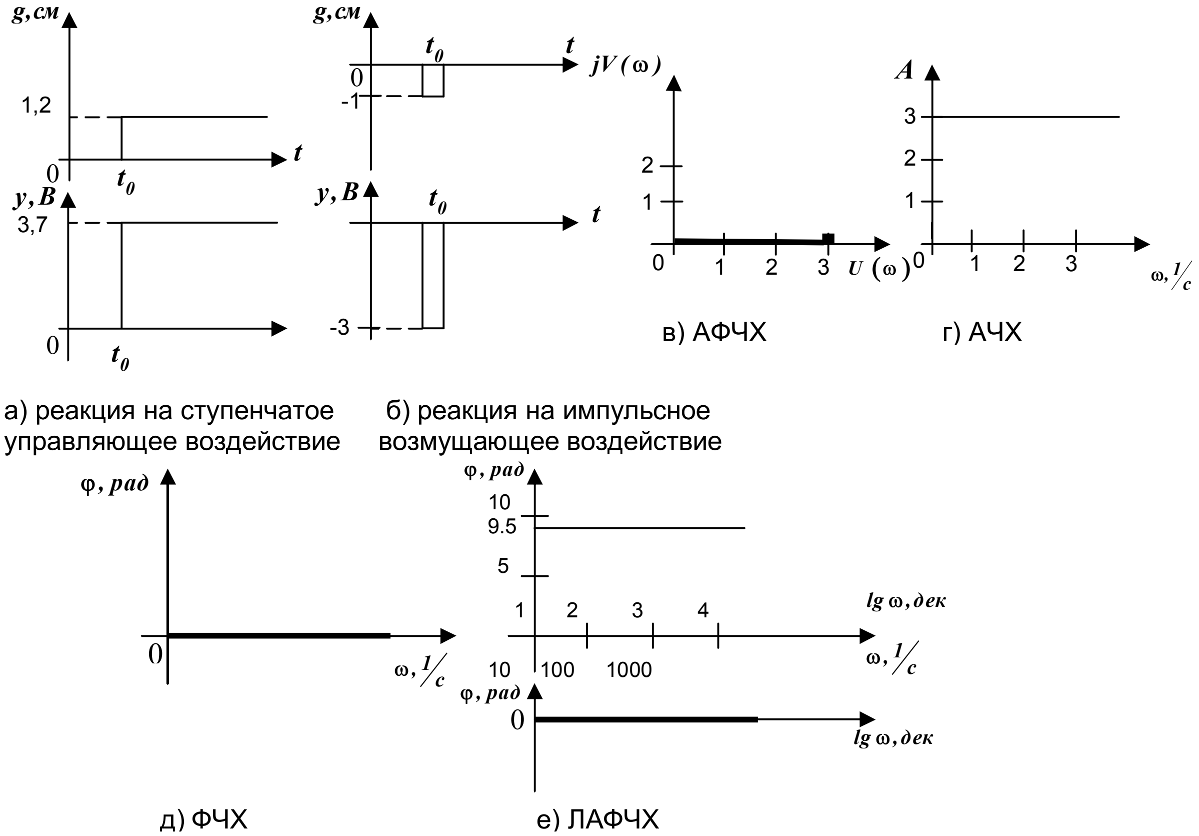


Рис. 7.6 – Динамические характеристики

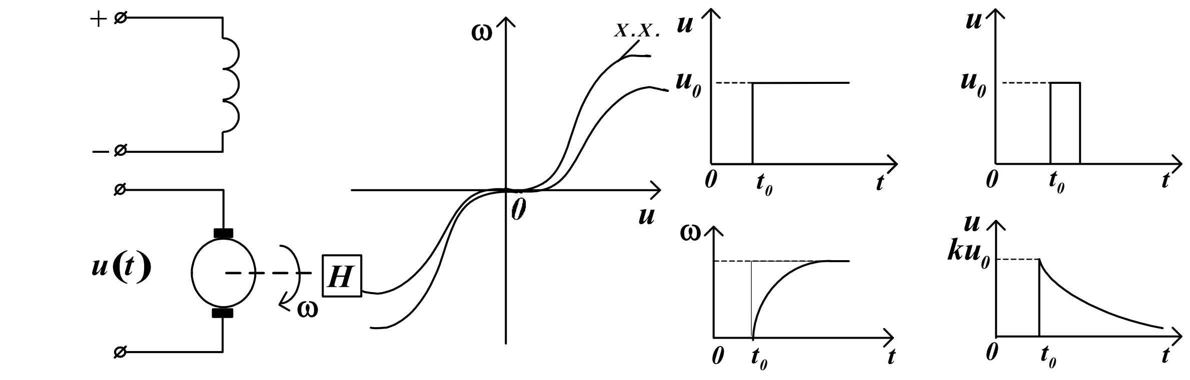
Пожалуйста, сформируйте расчетные статические и динамические характеристики для остальных передаточных функций элементарных звеньев!

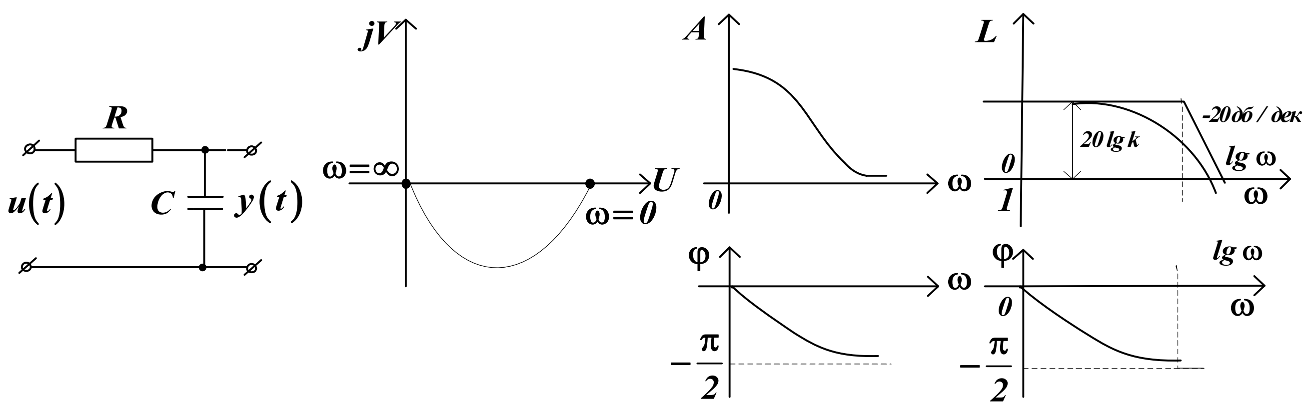
Дело учит, и мучит, и кормит.

В помощь прилежным !

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И РАСЧЁТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИНЕРЦИОННОГО ЗВЕНА

$$W_2(s)=\frac{Y(s)}{G(s)}=\frac{k}{Ts+1}$$





$$\frac{U(s)}{R+\frac{1}{Cs}}\text{ч}\frac{1}{Cs}=Y(s); \qquad \omega(t)=\kappa\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right)\cdot u_0;$$

$$\omega(t)=\frac{\kappa}{T}\kappa e^{-\frac{t}{T}}\cdot u_0;$$

$$W_2(s)\Big|_{s=j\omega}=U(\omega)+jV(\omega)=\frac{\kappa\qquad(-Tj\omega+1)}{(Tj\omega+1)(-Tj\omega+1)}=\frac{\kappa-jkT\omega}{T^2\omega^2+1}=\underbrace{\frac{\kappa}{T^2\omega^2+1}}_{U(\omega)}-j\underbrace{\frac{\kappa\omega T}{T^2\omega^2+1}}_{V(\omega)};$$

$$A(\omega)=\sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)}=\sqrt{\frac{\kappa^2}{\left(T^2\omega^2+1\right)^2}+\frac{\kappa^2\omega^2T^2}{\left(T^2\omega^2+1\right)^2}}=\frac{\kappa\sqrt{1+\omega^2T^2}}{T^2\omega^2+1}=\frac{\kappa}{\sqrt{T^2\omega^2+1}};$$

$$tg\varphi(\omega)=\frac{V(\omega)}{U(\omega)}=-\frac{\cancel{\kappa}\,\omega T\,\cancel{\left(T^2\omega^2+1\right)}}{\cancel{\left(T^2\omega^2+1\right)}\;\cancel{\kappa}}=-\omega T;\ \varphi(\omega)=-arctg\ \omega T\,!$$

$$L(\omega)=20\,lg\,\kappa-20\,lg\sqrt{T^2\omega^2+1};$$

$$\frac{U(s)}{R+\frac{1}{Cs}}\text{ч}\frac{1}{Cs}=Y(s); \quad W(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{1}{\underbrace{\cancel{RC}}_{T}\,s+1}; \qquad [R]\text{– }Ом; \quad [C]\text{– }пф.$$