Материал к лекции можно просмотреть и скачать на сайте кафедры:
http://k301.info в разделе Дисциплины / Теория автоматического управления

Специальности :	• Авионика • Автоматизация и компьютерно-интегрованные технологии • Авиационный транспорт
Дисциплина:	Теория автоматического управления
Курс, семестр, уч. год:	3, весенний, 2018/2019
Кафедра:	301 – СУЛА
Руководитель обучения:	Профессор, д.т.н. Кулик Анатолий Степанович

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЛЕКЦИИ № 13

ТЕМА: ГАРМОНИЧЕСКАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ

Рл

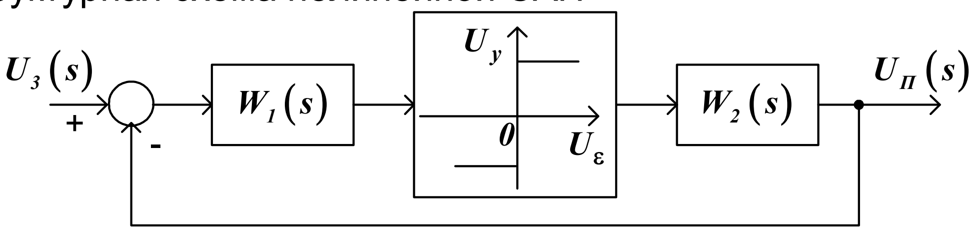
ЗОЛОТОЕ ПРАВИЛО: старайтесь не делать другим того, чего бы Вы не хотели себе самому!

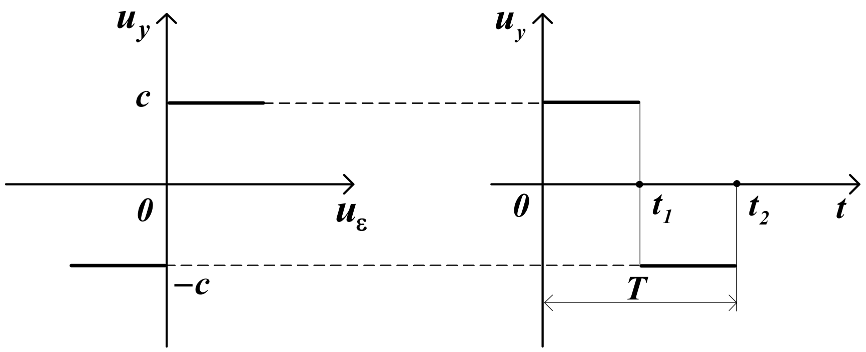
Пожалуйста, проработайте материал по разложению функций в ряд Фурье.

О

Гармонической линеаризацией называется замена нелинейного элемента, находящегося под действием гармонического входного сигнала, эквивалентным линейным

1. Структурная схема нелинейной САП

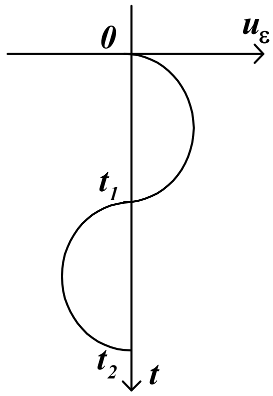




$u_\varepsilon(t) = A\sin\omega t;$

$u_y(t) = F\left[u_\varepsilon(t)\right];$

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}; \ \varphi = \omega t;$

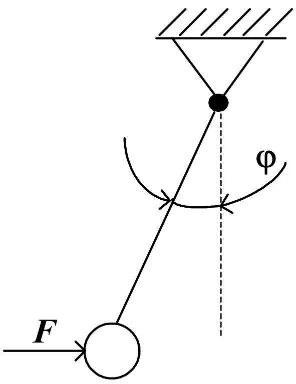


$$\boxed{u_y(t) = q(A)u_\varepsilon(t) + \frac{q_1(A)}{\omega}\dot{u}_\varepsilon(t)}$$

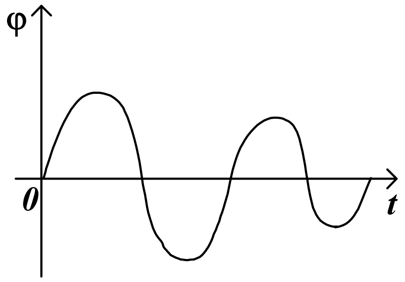
Автоколебания поддерживаются за счет непериодической системы.

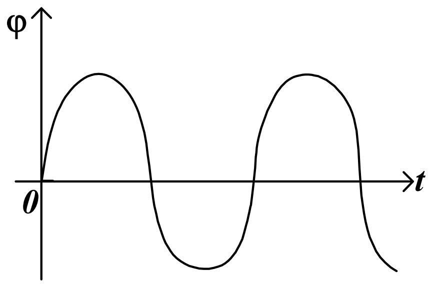
О **Автоколебания** – это собственные колебания САП

Математический маятник $(m = 1)$



Система старается занять положение с минимальной энергией!





При периодическом действии силы F колебания будут незатухающими.

Форма и частота колебаний не зависят от начальных условий.

<u>Виды разложений:</u>

1) $a = a_1e_1 + a_2e_2 + ... + a_ne_n$ – разложение вектора;

2) $a^2 - x^2 = (a - x)(a + x)$ – разложение многочлена;

3) $W(s)=\dfrac{Y(s)}{U(s)}=\dfrac{B(s)}{A(s)}=\dfrac{A_1}{(s-s_1)}+\dfrac{A_2}{(s-s_2)}+...+\dfrac{A_n}{(s-s_n)}$ – разложение на элементарные дроби;

4) $2HCl \overset{t^0C}{=} H_2^{\uparrow}+Cl_2^{\uparrow}$ – реакция разложения;

5) $f(x)=f(x_0)+\dfrac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0)+\dfrac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+...$ – ряд Тейлора;

6) $f(x)\approx S_n(x);\quad f(x)=\dfrac{a_0}{2}+a_1\sin\omega x+a_2\sin 2\omega x+...+a_n\sin n\omega x+$

$+b_1\cos\omega x+b_2\cos 2\omega x+...+b_n\cos n\omega x=\dfrac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{n}\left(a_k\sin k\omega x+b_k\cos k\omega x\right)$ – ряд Фурье;

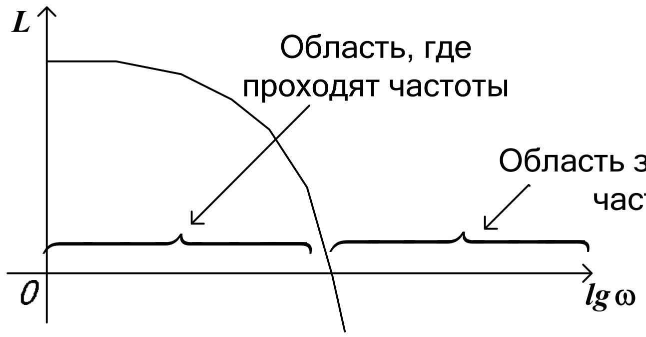
$a_k=\dfrac{2}{T}\int_0^T f(x)\sin k\omega x\,dx;\quad b_k=\dfrac{2}{T}\int_0^T f(x)\cos k\omega x\,dx$ – коэффициенты Фурье.

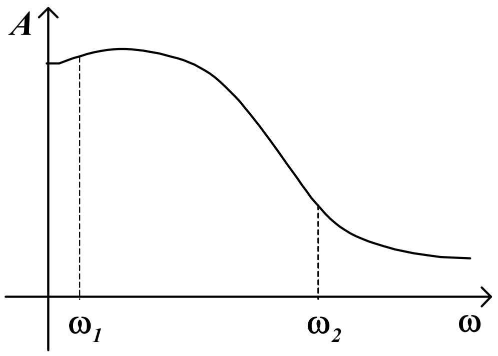
$\int_0^T\left[f(x)-S_n(x)\right]^2dx\to 0\quad при\quad n\to\infty;\quad 2\pi=\omega T;$

$a_k=\dfrac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}f(\varphi)\sin k\varphi\,d\varphi;\quad b_k=\dfrac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}f(\varphi)\cos k\varphi\,d\varphi;$

$a_0\neq 0$, когда функция смещена, т.е. постоянная составляющая.

Для несмещенных колебаний $a_0=0$.





Такая система является фильтром низких частот, поэтому при разложении в ряд Фурье ограничимся двумя слагаемыми, т.к. другие не оказывают существенного влияния.

$$u_y(t) \approx \left[\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F\left[A\sin\varphi\right]\sin\varphi\, d\varphi\right]\sin\omega t + \left[\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F\left[A\sin\varphi\right]\cos\varphi\, d\varphi\right]\cos\omega t =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} u_\varepsilon(t) = A\sin\omega t; & \dot{u}_\varepsilon(t) = A\omega\cos\omega t; \\ \sin\omega t = \dfrac{u_\varepsilon(t)}{A}; & \cos\omega t = \dfrac{\dot{u}_\varepsilon(t)}{A\omega}; \end{array} \right| =$$

$$= \underbrace{\left[\frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi} F\left[A\sin\varphi\right]\sin\varphi\, d\varphi\right]}_{q(A)} u_\varepsilon(t) + \underbrace{\left[\frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi} F\left[A\sin\varphi\right]\cos\varphi\, d\varphi\right]}_{q_1(A)} \frac{\dot{u}_\varepsilon(t)}{\omega} =$$

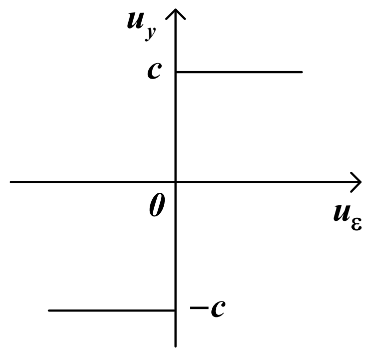
$$= q(A)\, u_\varepsilon(t) + q_1(A)\frac{\dot{u}_\varepsilon(t)}{\omega};$$

$$q(A) = \frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi} F\left[A\sin\varphi\right]\sin\varphi\, d\varphi = \frac{1}{\pi A}\left[\int_0^{\pi} c\sin\varphi\, d\varphi + \int_{\pi}^{2\pi}(-c)\sin\varphi\, d\varphi\right] =$$

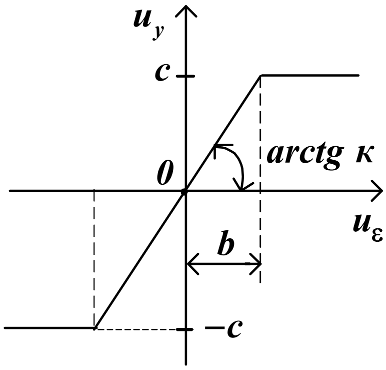
$$= \frac{c}{\pi A}\left[\left(-\cos\varphi\right)\Big|_0^{\pi} + \cos\varphi\Big|_{\pi}^{2\pi}\right] = \frac{c}{\pi A}\left[2+2\right] = \frac{4c}{\pi A};$$

$$q_1(A) = \frac{1}{\pi A}\left[\int_0^{\pi} c\cos\varphi\, d\varphi + \int_{\pi}^{2\pi}(-c)\cos\varphi\, d\varphi\right] = \frac{c}{\pi A}\left[\sin\varphi\Big|_0^{\pi} - \sin\varphi\Big|_{\pi}^{2\pi}\right] = \frac{c}{\pi A}\cdot 0 = 0;$$

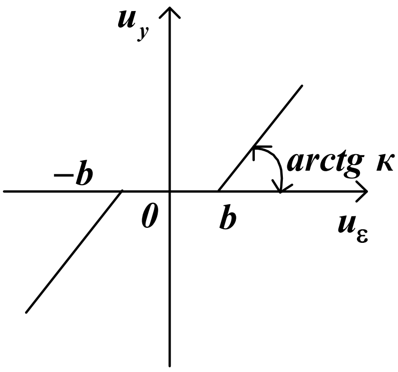
2. Коэффициенты гармонической линеаризации



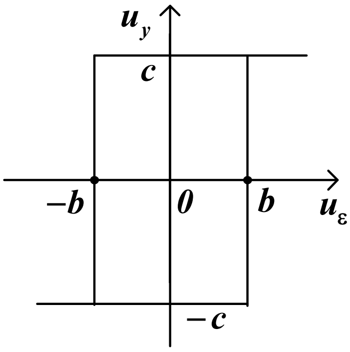
$$\div \quad q(A) = \frac{4c}{\pi A};\; q_1(A) = 0;$$



$$\div \quad q(A) = \begin{cases} \kappa, \text{ при } A \le b; \\ \dfrac{2\kappa}{\pi}\left(\arcsin\dfrac{b}{A} + \dfrac{b}{A}\sqrt{1-\dfrac{b^2}{A^2}}\right), \text{ при } A \rangle b; \end{cases} \; q_1(A) = 0;$$



$$\div\ q(A)=\begin{cases} 0,\ \text{при}\ \ A\le b; \\ \kappa-\dfrac{2\kappa}{\pi}\left(arcsin\dfrac{b}{A}+\dfrac{b}{A}\sqrt{1-\dfrac{b^2}{a^2}}\right),\ \text{при}\ \ A\rangle b;\ \ q_1(A)=0; \end{cases}$$



$$\div\ q(A)=\frac{4c}{\pi A}\sqrt{1-\frac{b^2}{A^2}},\ \text{при}\ \ A\ge b;\ \ q_1(A)=-\frac{4cb}{\pi A^2},\ \text{при}\ \ A\ge b.$$

Для однозначных нелинейностей $q_1(A)=0;$ для двузначных $q_1(A)\neq 0.$

Путь к счастью закрыт для тех, кто не может удержать себя от дурных поступков